

# Problem Çözememe Problemimiz ve Matematiksel Modelleme

Prof. Dr. Ayhan Kürşat Erbaş

ODTÜ Eğitim Fakültesi

Doç. Dr. Bülent Çetinkaya

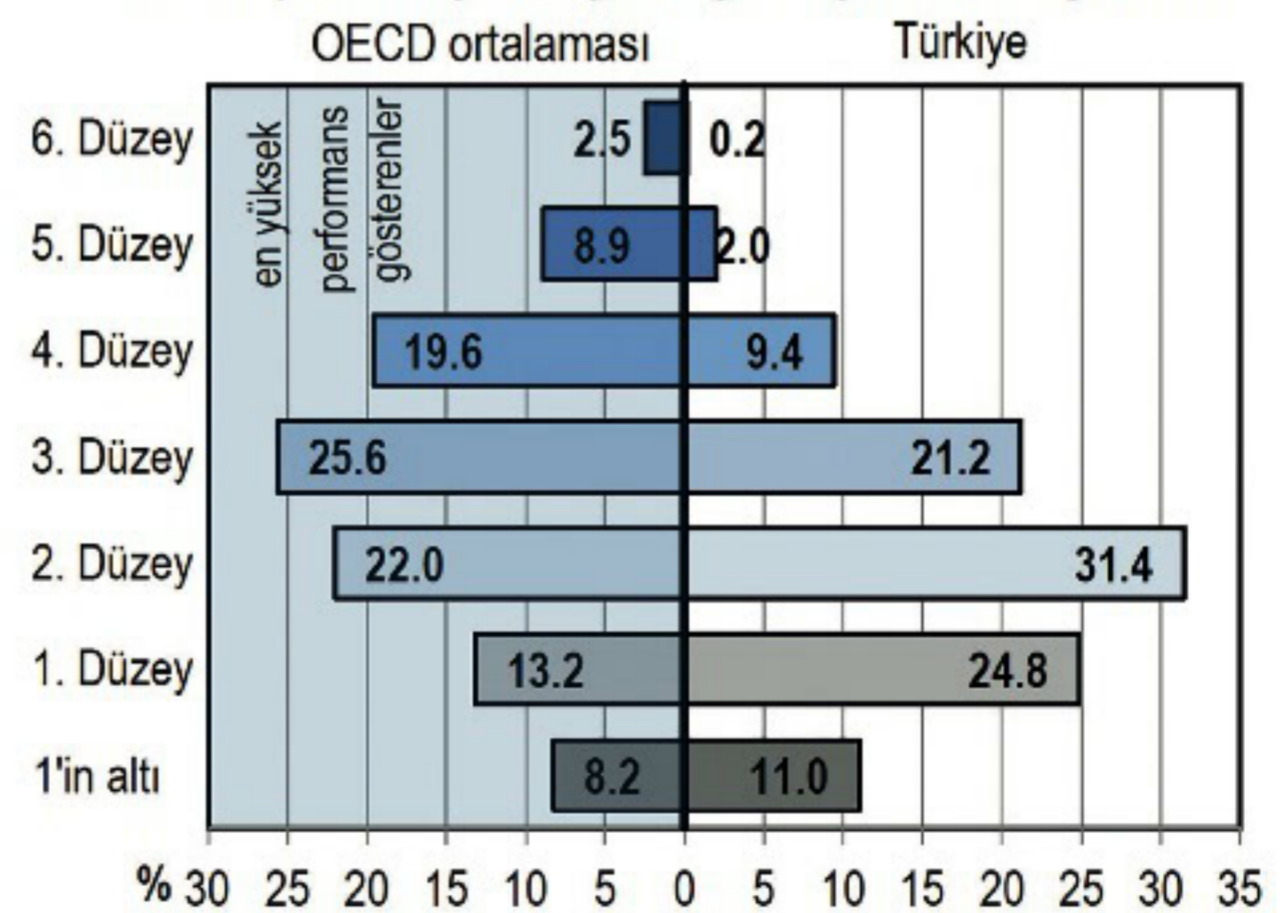
ODTÜ Eğitim Fakültesi

Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) Öğretim Programı'na [1] göre ülkemizde matematik eğitiminin amacı matematiğin sayılar, cebir, geometri, veri analizi, olasılık gibi farklı alanlarında öğrencileri bilgi sahibi yapmanın ötesinde “modelleme ve problem çözme; matematiksel dili ve terminolojiyi doğru ve etkin kullanma; matematiksel akıl yürütme; matematiği kendi içinde ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme; matematiği hissedilir, yararlı, uğraşmaya değer olarak görme; bilgi ve iletişim teknolojilerini matematiği öğrenirken ve matematikle uğraşırken yerinde ve etkin kullanma” gibi şahsî, sosyal ve meslekî hayatta öğrencilerin ihtiyaç duyacağı bilgi ve becerileri kazandırmaktır. Matematiksel modelleme ve problem çözme ülkemizdeki matematik dersi öğretim programlarının önemli bir bileşeni olmasına rağmen öğrencilerimizin büyük çoğunluğu rutin soruların ötesinde basit problemlerin çözümünde dahi zorluk yaşamaktadırlar.

OECD üyesi ve ortak üye ülkelerdeki 15 yaş grubundaki öğrencilerin Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 sonuçlarına göre Türkiye'deki öğrencilerin problem çözme becerileri matematik, okuma ve fen alanlarında benzer performans gösteren (özellikle de matematikte yüksek performans gösterenler arasında) diğer ülke öğrencilerine kıyasla anlamlı derecede kötüdür [2] [3]. Öte yandan Türkiye'deki öğrencilerin problem çözümedeki performansları; matematik, okuma ve fen performanslarına bağlı olarak oluşturulan tahmini problem çözme performansından daha düşüktür. Tahmin edilen ve gerçekleşen performans arasındaki fark matematik performansı kuvvetli olan öğrenciler için özellikle yüksektir.

PISA verilerine göre (bkz. Şekil 1) Türkiye'deki hemen hemen her üç öğrenciden biri (%36) problem çözme konusunda temel seviye (1. Düzey) veya bu seviyenin de altındadır. Diğer bir deyişle, öğrencilerimizin üçte biri en fazla, ileri basamakları düşünmeyi gerektirmeyen ve aşına oldukları bağlamlarda verilen çok basit problemleri çözebilmekteler. Bu oran OECD ortalaması olan %21'den oldukça yüksektir. Öte yandan, öğrencilerimizin ancak yaklaşık %2'si (OECD ortalaması %11) problem çözme konusunda en üst düzeyde (5. Düzey ve üzeri) yer almaktadır. Bu öğrenciler karmaşık problem senaryolarını sistematik olarak araştırabilir, tüm sınırlıkları hesaba katarak çoklu-basamaklı çözümler tasarlayabilir ve çözüm planlarını aldıkları dönütlere bağlı olarak düzeltebilirler. PISA 2012 çalışmasındaki diğer bir ilginç bulgu ise Türkiye'de 15 yaş grubu öğrencilerin %38'ini oluşturan meslek lise öğrencilerinin performansları ile ilgilidir. Bu okullara devam eden öğrencilerin problem çözme performansları genel liselere devam eden ve matematik, okuma ve fen alanlarında benzer performans gösteren öğrencilere kıyasla ortalama olarak daha yüksektir.

Her bir problem çözme yeterliği seviyesindeki öğrenciler

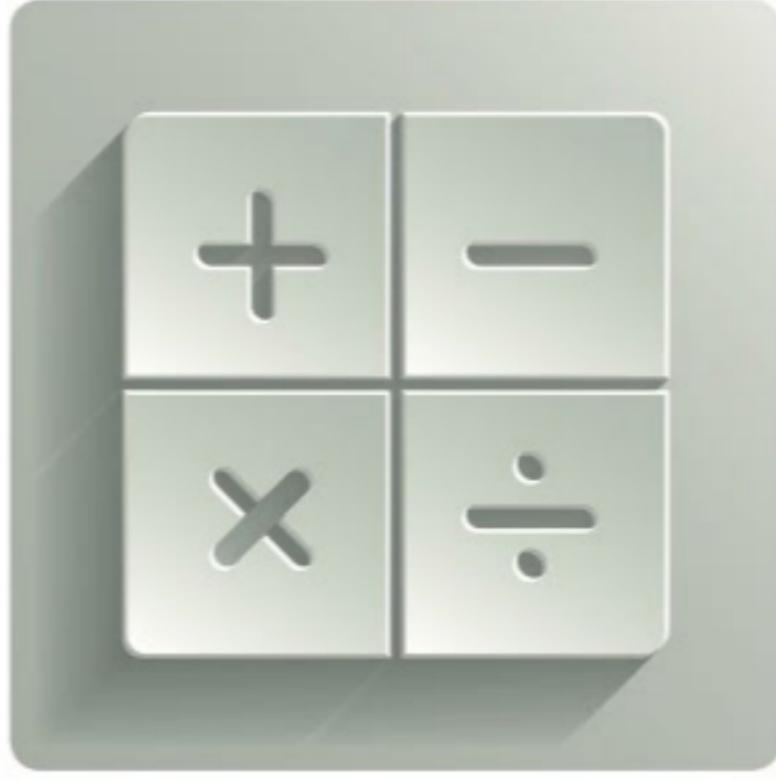


Şekil 1. PISA 2012 problem çözme becerileri testinde her bir yeterlik seviyesindeki Türk öğrencilerinin oranları ([3], s.2)

PISA sonuçlarının gösterdiği bu durum, Türkiye'deki öğrencilerin matematik eğitimi kapsamında problem çözme ve akıl yürütme becerilerinin gelişimine yönelik yeterli bir eğitim alamadıkları ve öğrenme fırsatlarına sahip ol-

OECD üyesi ve ortak üye ülkelerdeki 15 yaş grubundaki öğrencilerin Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) 2012 sonuçlarına göre Türkiye'deki öğrencilerin problem çözme becerileri matematik, okuma ve fen alanlarında benzer performans gösteren (özellikle de matematikte yüksek performans gösterenler arasında) diğer ülke öğrencilerine kıyasla anlamlı derecede kötüdür.



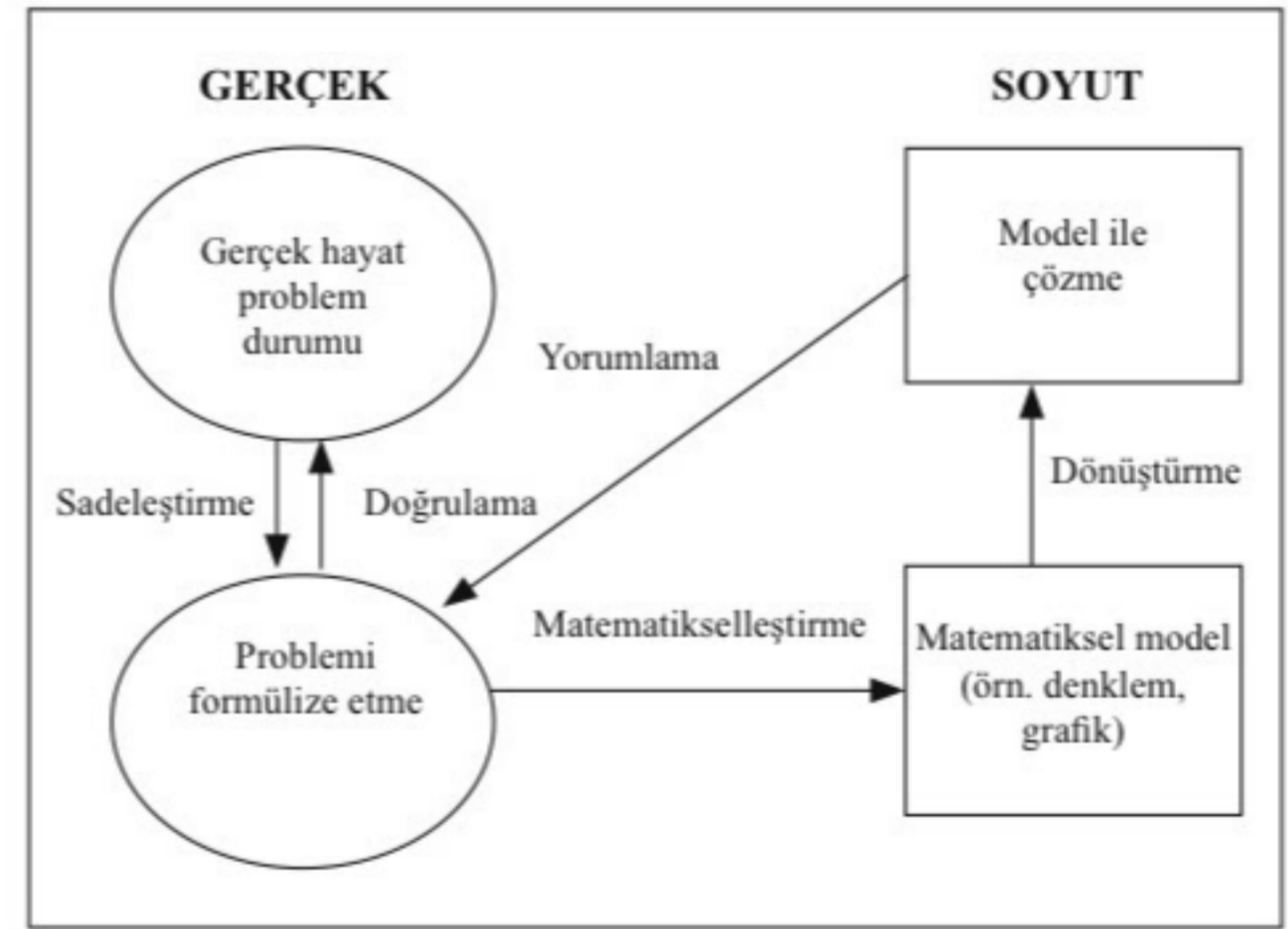


PISA 2012 çalışmasındaki bir ilginç bulgu ise Türkiye'de 15 yaş grubu öğrencilerin %38'ini oluşturan meslek liseli öğrencilerin performansları ile ilgilidir. Bu okullara devam eden öğrencilerin problem çözme performansları genel liselere devam eden ve matematik, okuma ve fen alanlarında benzer performans gösteren öğrencilere kıyasla ortalama olarak daha yüksektir.

madıkları ile ilgili olabilir. Matematik derslerinde sadece işlemsel anlamayı öne çıkaran bir içeriğe odaklanması veya geleneksel problemler (işçi, havuz, yaş, faiz, karışım vs.) ve konu sonu uygulama problemlerine önem verilmesi gerçek hayat durumlarını içeren problemleri çözmek için gerekli becerileri geliştirmemektedir. Çünkü bu tür geleneksel problem ve uygulamalar öğrencilerde her problemin çabucak çözülebilir ve tek bir çözüm yolu ve cevabın olması gerektiğini düşünme, çözüm için problem durumuna değil problem metnindeki anahtar kelimelere ve sayılara odaklanma veya daha önce çözdükleri benzer problemlerdeki çözüm kalıplarını sorgulamadan uygulama gibi bazı kabullerin gelişmesine sebep olmaktadır [4]. Bu nedenle, matematik derslerindeki problem çözme uygulamaları; rutin olmayan, gerçek hayattan karmaşık durumları içeren, farklı düşünme şekillerine ve çözüm yöntemlerine açık, öğrencilerin karşılaştıkları gerçek hayat problem durumlarını yorumlayıp çözüm üretebilecekleri kavramsal modeller geliştirmelerine olanak sağlamalıdır. Matematiksel modelleme etkinlikleri bu tür uygulamalara örnek sayılabilir.

Matematiksel modelleme, gerçek/gerçekçi hayat durumunu içeren olayları ve bunlar arasındaki ilişkileri matematiksel olarak ifade etmeye çalışma ve matematiksel örüntüleri ortaya çıkarma süreci olarak düşünülebilir. Bu süreç lineer olmayıp, tekrarlı döngüler içeren bir süreçtir. Bu süreci açıklamak için geliştirilen farklı modellere bir örnek Şekil 2'de sunulmaktadır. Bu modele göre modelleme sürecindeki beş temel aşama şunlardır: (i) Gerçek hayat problem durumunu tanımlama, problem durumu üzerinde çalışılabilirlik için bir takım varsayımlarla durumu sadeleştirme, (ii) problem durumu için bir matematiksel model oluşturma, (iii) modeli dönüştürme, geliştirme ve çözmeye, (iv) modeli yorumlama, (v) modeli doğrulama, düzenleme, iyileştirme ve kullanma. Birinci aşamada, öğrenciler problem durumunu inceleyip verilen bilgileri belirleyerek, problem durumunu anlayabilecekleri en sade hale getirirler. İkinci aşamada, problem durumunu ifade edebilecek matematiksel gösterimlerden (grafik, denklem vb.) yararlanarak problemi matematiksel ifadeye aktarırlar. Üçüncü aşama, probleme matematiksel bir çözüm bulabilmek için geliştirilen matematiksel gösterimleri dönüştürme ve analiz etme sürecini içerir. Dördüncü aşamada, öğrenciler buldukları çözümün birinci

aşamada analiz ettikleri gerçek hayat durumu ile tutarlı olup olmadığını incelerler. En son aşamada ise öğrenciler geliştirdikleri matematiksel modelin üzerinde çalıştıkları problem durumunu ve benzer durumları açıklamada ne kadar geçerli ve kullanışlı olduğuna karar verirler. Her bir aşamada bir önceki aşamaya geri dönme ve alternatifler üretme olduğu için modelleme sürecinde tekrarlı bir döngü ortaya çıkmaktadır. Gerçek hayat durumu ile modeli arasında birebir aynılıktan bahsetmek mümkün olmayacağı için, her zaman daha iyi bir modele ulaşılma söz konusudur. Bu ise öğrencilerin kendi modellerini geliştirme veya yeni modeller ortaya çıkarma uğraşının sürekli devam edeceği anlamına gelmektedir.



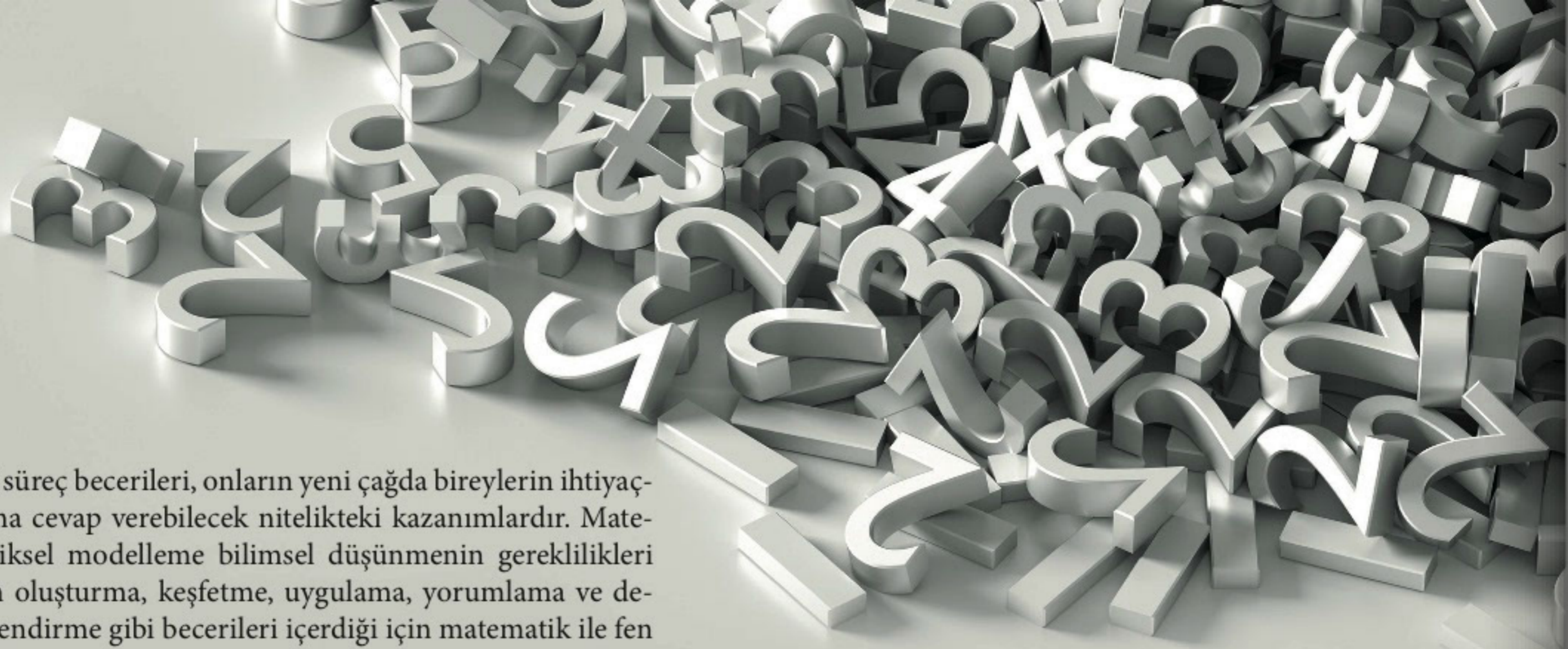
Şekil 2. Matematiksel modelleme süreci ([5], s.138)

Modelleme etkinliklerinin öğretim sürecinde kullanılmasının öğrencilerin bilişsel, duyuşsal ve sosyal açıdan gelişimlerine olası katkıları ve bu tür etkinlikleri öğretim yöntemlerine entegre etmenin öğretmenlere sağlayacağı bazı önemli kazanımlar aşağıda özetlenmiştir.

### Matematiksel Modellemenin Öğrencilere Sağlayacağı Bazı Kazanımlar

- Matematiksel modelleme süreci öğrencilere farklı öğrenme deneyimleri sunarak zengin bir öğrenme ortamı sağlamaktadır. Modelleme etkinlikleri sırasında, düşünme şekillerine bağlı olarak öğrencilerde birçok kavramsal model birlikte ortaya çıkabilir.
- Öğrencilerin modelleme etkinlikleri ile kazandıkları matematiksel düşünme, problem çözme, akıl yürütme





gibi süreç becerileri, onların yeni çağda bireylerin ihtiyaçlarına cevap verebilecek nitelikteki kazanımlardır. Matematiksel modelleme bilimsel düşünmenin gereklilikleri olan oluşturma, keşfetme, uygulama, yorumlama ve değerlendirme gibi becerileri içerdiği için matematik ile fen bilimleri arasındaki yakın ilişkiyi de ön plana çıkarmaktadır.

c. Günlük yaşamdaki bir probleme matematiği kullanarak çözüm üreten öğrenciler, matematiğin günlük hayattaki uygulamalarını görürler ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirirler. Böylece öğrencilerin matematiği öğrenmeye karşı istek ve motivasyonları artar.

ç. Grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen modelleme etkinlikleri öğrenciler için sosyal bir öğrenme ortamı sağlar. Özellikle matematik becerileri zayıf öğrencilerin kendilerini ifade etme fırsatı buldukları bu ortamda, öğrenciler kendi aralarında fikir alışverişinde bulunarak birbirlerinden de öğrenebilecekleri gibi fırsat verildiğinde önemli matematiksel fikirler sunabildiklerini de görebilirler. Bu durum öğrencilerin ve matematiğe ve öğrenmeye yönelik öz-yeterlik inançlarını artırma imkânı sunabilecektir.

d. Matematiksel fikirlerin paylaşılması, farklı fikirlerin dinlenip yorumlanması, çözümlerin raporlanması gibi süreçleri içeren modelleme çalışmaları öğrencilere sunduğu bu deneyimler ile onların iletişim becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur.

### Matematiksel Modellemenin Öğretmenlere Sağlayacağı Bazı Kazanımlar

a. Modelleme, öğretmenlere matematiği günlük yaşamla ilişkilendirerek öğrencilerinin anlamlı ve kalıcı öğrenmelerini sağlayacak alternatif bir öğretim yöntemi sunmaktadır.

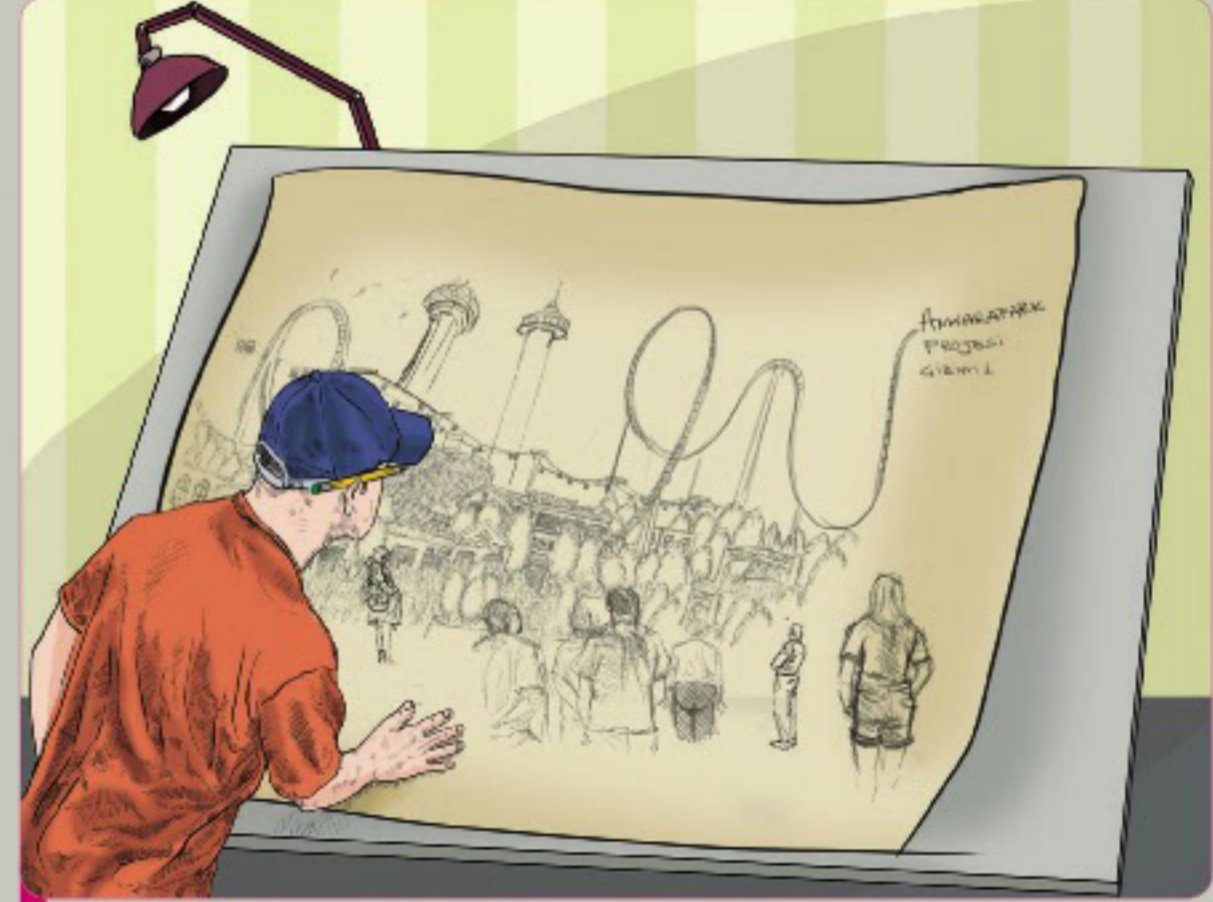
b. Modelleme etkinliklerinin planlanması, sınıflarda uygulanması ve sonuçlarının değerlendirilmesi öğretmenler için de önemli bir öğrenme ortamı sağlamakta, onlara bilgilerinin yenileme ve geliştirme imkânı sunarak meslekî gelişimlerine katkıda bulunmaktadır.

c. Doğası gereği farklı çözüm yaklaşımları ve düşünme biçimleri geliştirmeyi gerektiren modelleme etkinlikleri bu yönüyle öğretmenlere, öğrencilerinin nasıl düşündüklerini görmek, onların öğrenme süreçlerini anlamak ve değerlendirmek açısından önemli fırsatlar sunar.

ç. Modelleme uygulamaları öğretmenlerin matematik öğrenimi ile ilgili inançlarını etkileyebilecektir. Modelleme etkinliklerinde öğrenciler gerek sınıf seviyelerine, gerekse sahip oldukları ön bilgi ve becerilerine göre kendi çözüm yaklaşımlarını geliştirme ve sunma imkânı bulmaktadır. Bu ise öğretmenlere fırsat verildiğinde her öğrencinin önemli matematiksel fikirler sunabileceğini gösterecektir. Öğretmen ve öğrencilerin yukarıda sıralanan kazanımları elde edebilmesinin önündeki en önemli engellerden biri öğretmen ve öğrencilerin kullanabileceği modelleme et-

kinliklerini içeren yeterli sayı ve içerikte kaynağın olmasıdır. 2016 yılı başında Türkiye Bilimler Akademisi yayınlarından çıkan "Lise Matematik Konuları için Günlük Hayattan Modelleme Soruları" [6] başlıklı kitap bu kaynak ihtiyacını karşılamaya yönelik bir başlangıç çalışması olarak kabul edilebilir. Şekil 3'te bu kitaptaki sorulardan bir örnek sunulmaktadır. Öğrencilerimizin matematiği kendi içinde ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme, matematiksel dili ve terminolojiyi kullanma, matematiksel akıl yürütme, bilgi ve iletişim teknolojilerini kullanma gibi kritik becerileri kazanması ve bu becerileri kullanarak matematiği hissedilir, yararlı ve uğraşmaya değer görmesi için bu tür kaynakların öğretmen ve öğrencilerin erişimine sunulması önemlidir.

### Ücretsiz Lunapark Treni



Ankara'da yeni kurulacak olan bir eğlence parkında yer alması düşünülen lunapark tren yolunun mesafeye göre yüksekliğini gösteren tasarımı için bir yarışma açılacaktır. Bu yarışmayı kazanana ömür boyu ücretsiz biniş hakkı verileceği tüm basın-yayın organlarında duyurulmuştur.

Yarışmayı kazanma kriteri, tasarımın trene binen yolcuları çok korkutup heyecanlandıracak kadar eğimli, fakat aynı zamanda onları sağ salım geri getirecek kadar da güvenli olmasına bağlıdır. Yolcuların heyecanlanması bu yolun yukarı ve aşağı doğru ani ve keskin değişimlerle harekete imkan vermesine bağlıyken, güvenlik kurallarına göre, yolun eğiminin mutlak değeri 5.67'den fazla olmamalıdır.

Siz de bu yarışmaya, bir grup mühendisle birlikte kendi tasarımınızla katılmak istiyorsunuz. Zamandan tasarruf etmek amacıyla üçerli gruplar halinde çalışmanız gerekmektedir. Her grup, bu yolun bir parçasını tasarlayacak, daha sonra bu parçaları birleştirilerek uzun bir yol elde edilecek. Sizin de içinde bulunduğunuz grup, bu eğimli demiryolunun sadece inişleri ve çıkışları olan fakat virajı olmayan; başlangıç noktasının yüksekliği 6 m, bitiş yüksekliği ise 9 m olan 100 m mesafelik bir bölümünü tasarlayacak. Sizden bu yolu en az üç yerde aşağı doğru ani iniş içerecek şekilde tasarlamanız ve yolun hangi bölümlerinde heyecanın arttığını, hangi bölümlerinde azaldığını içeren bir rapor hazırlamanız beklenmektedir.

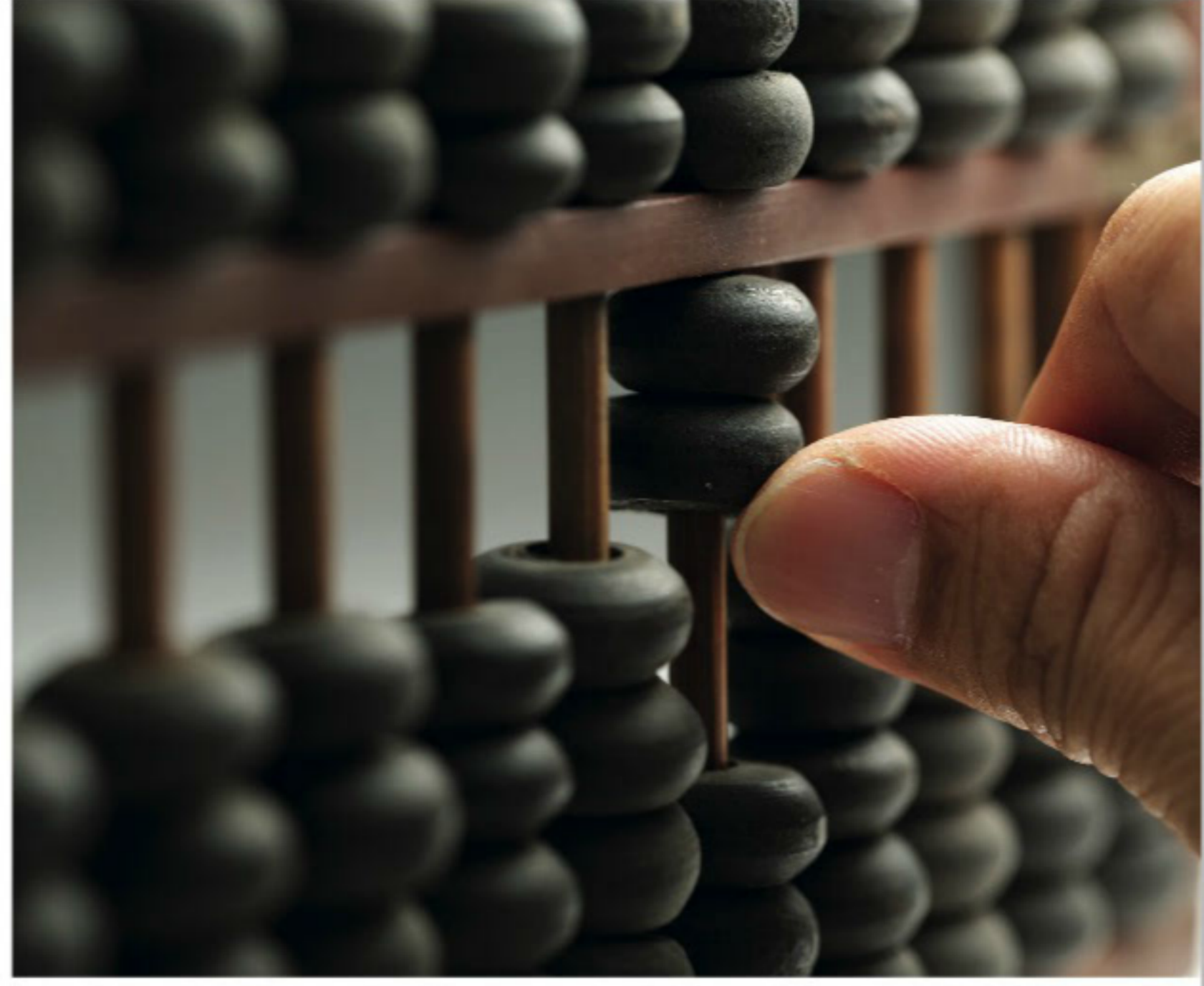
Şekil 3. Örnek modelleme sorusu ([6], s.76)

**Not.** Bu yazıda dile getirilen konular [4], [6], [7] nolu çalışmalarda ayrıntılı olarak ele alınmaktadır.



**Kaynaklar**

- [1] Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11 ve 12. sınıflar) öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı.
- [2] Organization for Economic Cooperation and Development. (2014). *PISA 2012 results: Creative problem solving: Students' skills in tackling real-life problems* (Vol. V). Paris: OECD Publishing.
- [3] Organisation for Economic Cooperation and Development (2014). *Programme for International Student Assessment (PISA): Results from PISA 2012 Problem Solving, Country Note-Turkey*. Paris: OECD Publishing.
- [4] Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar*. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1607-1627.
- [5] National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston: NCTM.
- [6] Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenez, A., Şen Zeytun, A., Korkmaz, H., Kertil, M., Didiş, M. G., Baş, S., & Şahin, Z. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi
- [7] Kertil, M., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., & Çakıroğlu, E. (2016). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme. In E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Eds.), *Matematik eğitiminde teoriler* (pp. 539-563). Ankara: PEGEM Akademi.



## GEBİP ve TEÇEP ÖDÜLLERİ İÇİN DEĞERLENDİRMELER DEVAM EDİYOR

TÜBA, Üstün Başarılı Genç Bilim İnsanı Ödülleri Programı (GEBİP) ve Bilimsel Telif ve Çeviri Eser Ödülleri Programı (TEÇEP) 2016 yılı ödül başvuruları 21 Aralık 2015 tarihinde sona erdi.

21 Aralık tarihine kadar GEBİP için toplam 105 başvuru, TEÇEP için ise toplam 146 başvuru gerçekleşti.

GEBİP'te; Nisan ayı içerisinde yapılan ilk toplantılar ile belirlenen hakemlere dosyalar iletildi ve Mayıs ortasına kadar raporların alınması için tarihler verildi. Mayıs ayı içinde yapılacak ikinci toplantıların ardından mülakata çağırılacak adaylar belirlenecek ve Haziran ayı içinde mülakatlar yapılacak. Ödül verilmesi uygun bulunan adaylar Ana Komite'ye önerilecek.

TEÇEP için ise; yine Nisan ayı içerisinde yapılan ilk toplantılar ile hakemlere dosyalar/ kitaplar iletildi ve Mayıs sonuna kadar raporların alınması için tarihler verildi. Tıpkı GEBİP'te olduğu gibi Haziran ayı içinde yapılacak ikinci toplantıların ardından ödül/mansiyon verilmesi uygun bulunan eserler Ana Komite'ye önerilecek.

Ana Komite'nin

önerileri Akademi Konseyi'nde incelenecek; GEBİP için ödül ve TEÇEP için ödül/mansiyon verilmesine karar verilenler TÜBA'nın ağ sayfasında ilan edilecek.

2001 yılından bu yana GEBİP kapsamında, üstün nitelikli bilimsel çalışmalarıyla öne çıkan 373 genç bilim insanı; 2008 yılından bu yana ise TEÇEP kapsamında da; üniversitelere yönelik bilimsel nitelikli 180 Türkçe telif ve çeviri eser ödüllendirildi.

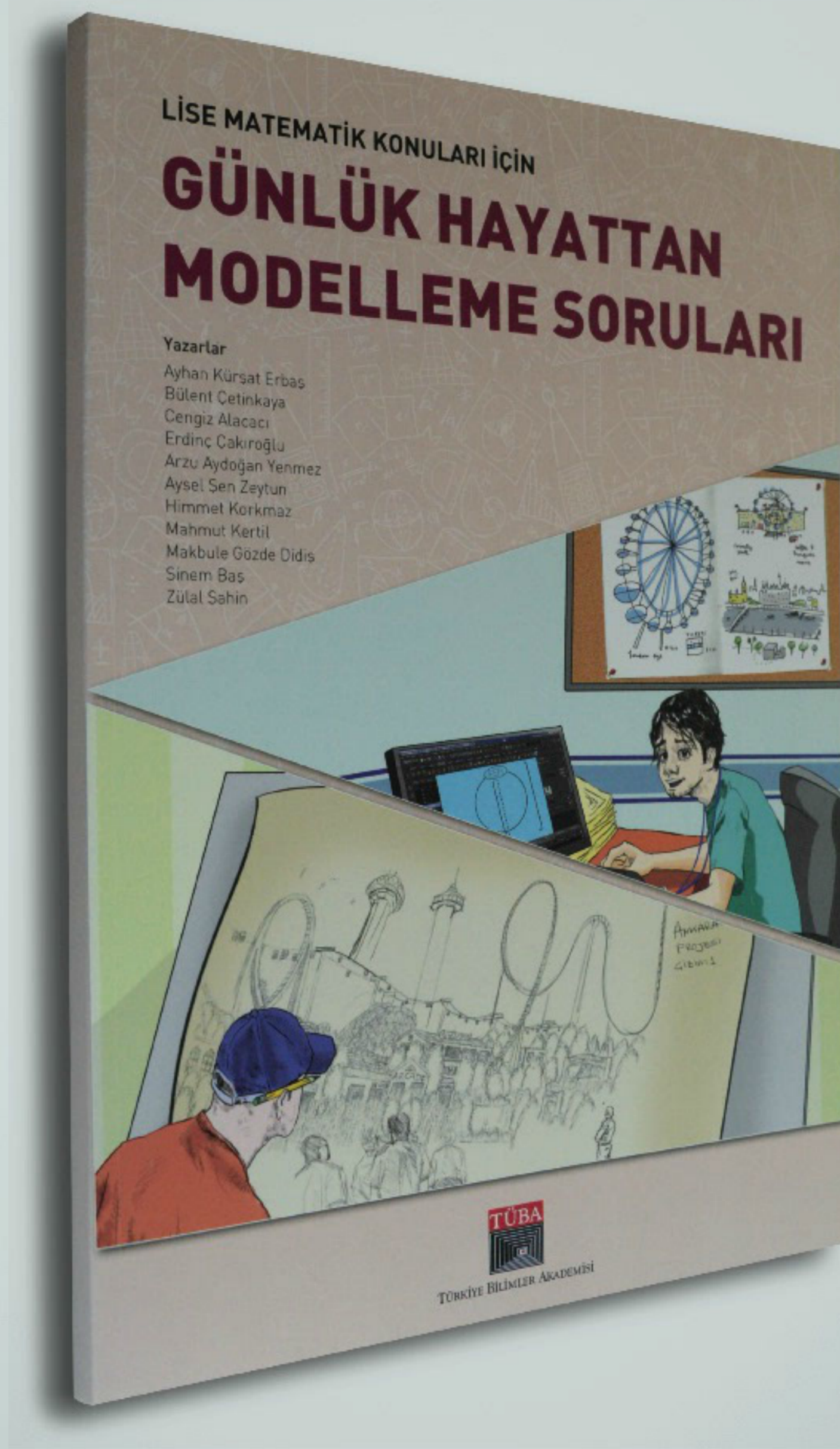
GEBİP Ödülü sahiplerine 3 yıl boyunca her yıl için 20.000 TL ödeniyor. Ayrıca aktif GEBİP ödül sahibine üç yıl boyunca her yıl, tez aşamasındaki doktora öğrencilerinin çalışmalarında kullanılmak üzere, 6.000 TL, uluslararası nitelikteki bilimsel çalışmaları kapsamında düzenleyecekleri ulusal ve uluslararası toplantılar için ise 4000 TL'ye kadar destek sağlanıyor. İlk 3 yıldan sonraki 5 yıl boyunca yılda bir kez yurt dışı bilimsel toplantılara ve etkinliklere katılım desteği olarak Avrupa ülkeleri için 1500\$ karşılığı TL, Avrupa dışı ülkeler için 2000\$ karşılığı TL veriliyor. TEÇEP kapsamında ise; telif eserler için 20.000 TL ve çeviri eserler için ise 12.500 TL "ödül", Kayda Değer Eser Ödülü (Mansiyon) olarak ise telif eserlerde 7.000 TL, çeviri eserlerde 4.000 TL parasal ödül veriliyor.





LİSE MATEMATİK KONULARI İÇİN

( GÜNLÜK HAYATTAN MODELLEME SORULARI ÇIKTI! )



Günlük Hayattan Modelleme Soruları; öğretmenler, öğretmen adayları, öğrenciler, günlük hayatta matematiği arayanlar ve matematiğe ilgi duyan herkes için bir kaynak kitap niteliğinde hazırlandı.

Üç bölümden oluşan bu kitabın birinci bölümünde, matematiksel modellemeyi merak edenler ve matematik öğretiminde kullanmak isteyenler için matematiksel modellemenin kısa bir açıklaması, nasıl kullanılacağı ve matematik eğitimi içindeki yerini içeren bilgiler bulunuyor. İkinci ve üçüncü bölümlerde ise daha çok ortaöğretim düzeyinde toplam 45 matematiksel modelleme sorusu ve bu sorular için örnek çözüm yaklaşımları sunuluyor.

Lise Matematik Konuları için  
Günlük Hayattan Modelleme  
Soruları

<https://satis.tuba.gov.tr>