Bu kitabın amacı fen ve mühendislik alanlarında çalışacak yüksek lisans ve doktora öğrencilerinin, meslek yaşamlarında gerekli olacak matematik altyapısını sağlam bir şekilde oluşturmalarına yardımcı olmaktır.

Kitaptan araştırmacıların da yararlanması hedeflendiğinden her bölüm bağımsız olarak okunabilecek şekilde konusunun geniş bir özeti olarak yazılmıştır.

Konular çok geniş bir okuyucu kitlesi düşünülerek özenle seçilmiş ve ders kitabında olması gerektiği gibi bir bütünlük içinde sunulmuşlardır. Kitabın tarzı, fizikçi ve mühendislerin matematiğe yaklaşımı doğrultusunda formalizmden çok kullanıma ve uygulamaya yöneliktir. Konular, Matematik yöntemlerin çok disiplinli oluşlarını ön plana çıkaracak biçimde örneklerle işlenmektedir.

Bu kitap yüksek lisans ve doktora düzeyinde zorunlu olarak okutulan ‘ Matematiksel Yöntemler I&II ’ dersleri için uygun ders kitabı özellikleri taşımaktadır. Kitabın tamamı üç yarı yılda okutulabileceği gibi modüler yapısı sayesinde isteyen öğretim üyeleri kendi konu başlıklarını seçerek ileri lisans, yüksek lisans ve doktora düzeylerinde tek veya iki yarı yıllık dersler de tasarlayabilir.

Bir önceki baskısına göre pek çok değişiklik ve yenilik içeren bu kitapta, her geçen gün yeni ve ilginç uygulama alanları bulan kesirli matematik ve yol integralleri konularında iki yeni bölüm de bulunmaktadır.

İÇİNDEKİLER

ISBN 975-443-397-6

9 799754 433974

İSTANBUL – 2004

FEN ve MÜHENDİSLİK BİLİMLERİNDE MATEMATİK YÖNTEMLER

Genişletilmiş II. Baskı

SELÇUK BAYIN

D.K ®

DERS KİTAPLARI A.Ş.

FEN ve MÜHENDİSLİK BİLİMLERİNDE MATEMATİK YÖNTEMLER

Prof. Dr. Selçuk Ş. Bayın
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Fizik Bölümü
Ankara TÜRKİYE

Genişletilmiş II. Baskı
(2004)

Ders Kitapları A.Ş.
İstanbul Ankara

Yayıncı : DERS KİTAPLARI ANONİM ŞİRKETİ
Kapak Tasarımı : Selçuk BAYIN

Genişletilmiş II. Baskı: EYLÜL 2004

DERS KİTAPLARI ANONİM ŞİRKETİ

Merkez: Babıâli Caddesi Nu.: 39 Cağaloğlu - İSTANBUL
Tel. : (0212) 520 04 05 - 520 01 39 (pbx)
Fax : (0212) 513 70 21 - 512 25 88
Matbaa: Kadri Özdemir Caddesi Firuzköy Avcılar - İSTANBUL
Tel. : (0212) 428 02 20 - 428 00 47 (pbx)
Fax : (0212) 428 32 56
İrtibat Bürosu: Fidanlık Mah. Ataç Sok. Nu.: 42/5
Kızılay - ANKARA
www.derskitaplari.com
e-mail : info@derskitaplari.com

ISBN 975-443-397-6

İçindekiler

Şekillerin Listesi

Annem Nermin Bayın, babam Ömer Bayın
ile
Adalet ve Sumru'ya

ÖNSÖZ

İlk baskısı 2000 yılında yapılmış olan bu kitap, yaklaşık olarak son 15 yıldır ODTÜ Fizik Bölümünde vermiş olduğum 'Fizikte Matematik Yöntemler I & II' derslerinin notlarını temel almakla birlikte, öğrencilik yıllarımdan başlayan bilinçli bir birikimin ürünüdür. İngilizce olarak hazırlanıp verilmiş olan bu derslerin kitaba dönüşmesi de doğal olarak İngilizce yazıp yurtdışında bastırmak olacaktı. Ancak, ülkemizdeki Türkçe kaynak açığını gözönüne alınca, Türkçesine öncelik verdim. Kendi içinde bilimsel değer yargılarını henüz yerleştirememiş yasa devleti olmak (kitabına uydurmak) ile hukuk devleti olmak arasındaki farkın hala anlaşılmadığı ülkemizde, kısa vadede hiçbir şekilde karşılığını alamayacağımı bile bile böylesine emek ve bilgi yoğun bir projeye kalkışmak şüphesiz ki cesaret ve özveri ister. Ancak, ülkem insanına ve geleceğine inanç ve sevgi olmadan da yapılacak iş değildir. Kitabın Türkçe eğitim veren kurumların öğrencileri kadar, İngilizce eğitim veren kurumların öğrencileri tarafından da kullanılması (çoğunlukla fotokopilerinin de olsa) benim için bu kararın ne kadar 'yerinde' olduğunun ilk belirtileridir. Kitabın ikinci ve genişletilmiş baskısı ise, ikinci bir kitap yazmaya eşdeğer bir çabanın ürünü olmuştur. Kitabın içeriği ve baskı kalitesinin yükseltilmesi için bütün olanaklar zorlanmış, keyifle okunacak bir eserin ortaya çıkmasına çalışılmıştır.

Bu baskıda Kesirli Matematik ve Yol İntegralleri gibi, fizik ve mühendislik bilimlerinde her geçen gün yeni ve ilginç uygulamaları çıkan iki önemli konuda iki yeni bölüm ilave edilmiştir. Kitabın kullanımını kolaylaştırmak için, denklemlerin yazımından konuların alt başlıklar altında organizasyonuna kadar sayısız değişiklik yapılmıştır. Sturm-Liouville teorisi ve İntegral denklemlerle ilgili bölümler yeniden tasarlanıp yazılmış ve kitabın akıcılığını engelleyen durumlar olabildiğince ortadan kadırılmıştır. Geçen zaman içinde farkına vardığımız yazım hataları düzeltilmiştir. Kitabın dilinden denklemlerin göze hoş gelecek biçimde yazımlarına kadar özen gösterilmiş ve yapılan değişikliklerin sonucunda da sayfa adedi 317'den 464'e çıkmıştır. Bu yaşayan ve gelişmekte olan bir projedir. Tamamlanması için ise, büyük bir olasılıkla bir baskı daha gerekecektir. Kitap pek çok yönü ile mesajlar ve dersler içermektedir. Her ne kadar başta Türkçe kaynak açığı dediysek de hedefi çok daha kapsamlıdır. Umarım yolu açık olur.

Selçuk Ş. Bayın
bayin@metu.edu.tr
Ankara-TÜRKİYE
Ağustos 2004

TEŞEKKÜRLER

Bu eserin hazırlanışı sırasında pek çok kişinin görüş ve desteği yararlı olmuştur. Kesirli matematik ve yol integralleri ile ilgili bölümler yazılırken Prof. Dr. N.K. Pak'ın değerli görüş ve kritikleri, Prof. Dr. M. Durgut ile yapmış olduğumuz sohbetler sonucu ortaya çıkan fikirler ise, her zaman çok yararlı ve yol gösterici olmuşlardır. Prof. Dr.Y. Elerman ve Prof. Dr. Atalay Karasu ise, kitabın tamamını titizlikle okuyarak hataların en aza indirilmesinde çok büyük yardımları olmuştur. Teknik terimlerin Azerice karşılıkları için Prof. Dr. T. Aliyev'e teşekkür ederim. Ayrıca, Prof. Dr. M. Abak, Doç. Dr. Ç. Tuncay, Doç. Dr. Ayşe Karasu ve Y. Doç. Dr. B. Tekin'e de değerli görüşleri için teşekkür ederim. Bölüm başkanımız Prof. Dr. Sinan Bilikmen'e bu eserin oluşması ve yazımı aşamasında bana gerekli ortamın sağlanması konusunda verdiği desteğe teşekkür ederim. Bu arada öğrencilerim de dahil olmak üzere, pek çok kişinin bana dolaylı ya da dolaysız yoldan yardımı olmuştur, hepsine tekrar teşekkür ederim.

KİTAP HAKKINDA

Fen bilimlerinde temel matematik eğitimi genelde üç ana kısıma ayrılır. Lisans eğitiminin giriş bölümü olarak adlandıracağımız ilk üç yıl, öğrenciler matematik (Calculus), ileri matematik (Advanced calculus-Kaplan), kompleks analiz (Churchill), diferansiyel denklemler (Ross), lineer cebir veya giriş düzeyinde matematiksel fizik (Hildebrand veya Boas) derslerini alırlar. Daha sonra da ileri lisans denilen 4. sınıf düzeyinde ve sonunda da lisansüstü düzeyde yüksek lisans ve doktora dersleri gelir. Orta Doğu Teknik Üniversitesinde ise, 'Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler I & II' dersleri; biri yüksek lisans ve diğeri de doktora dersi olmak üzere iki yarı yılda verilmektedir. Dünyada bir çok üniversitede bu iki ders yüksek lisans ve doktora öğrencilerine de zorunlu olmakla birlikte, ileri lisans dersi olarak 400'lü kodlarla da açılabilmektedir.

Bu kitabın hedef kitlesi, fen eğitimlerinin ilk üç yılında yukarıda adlarını verdiğimiz dersler ve kitaplar düzeyinde bir matematik olgunluğa erişmiş 4.sınıf öğrencileri ile araştırmacı olmaya ilk adımlarını atmış yüksek lisans ve doktora düzeyindeki fizik ve mühendislik öğrencileridir. Amacı ise, öğrencilerin meslek yaşamlarında gerekli olacak matematik altyapıyı, sağlam bir şekilde oluşturmalarına yardımcı olmaktır. Kitaptan araştırmacıların da yararlanması hedeflendiğinden her bölüm bağımsız olarak da okunabilecek şekilde yazılmıştır.

Konular çok geniş bir okuyucu kitlesinin ihtiyaçları göz önüne alınarak dikkatle seçilmiş ve ders kitabında olması gerektiği gibi, bir bütünlük içerisinde sunulmuşlardır. Kitabın üslubu, fizikçi ve mühendislerin matematiğe yaklaşımı doğrultusunda formalizmden çok kullanıma ve uygulamaya yöneliktir. Bir zamanlar klasik ve kuantum fiziğinin alt yapısını oluşturmak üzere sadece fizik bölümlerinde verilen bu dersler, çok disiplinli alanların ve dolayısı ile de talebin artması ile artık mühendislik ve matematik bölümleri tarafından da tasarlanıp verilen popüler dersler olmuşlardır.

Bölümlerde verilen örnekler özenle seçilmiş olup, konuların işlenişinde ve kavramların tanıtılmasında önemli rol oynarlar. Her bölümün arkasında sınırlı sayıda problem verilmiştir. Bu problemler ve örneklerden meraklı öğrenciler kolaylıkla başka problemler türetebilirler. Araştırmacı olmak isteyenler için tavsiye ettiğimiz yöntem de budur. Konular işlenirken kuantum mekaniği, termodinamik, mekanik ve elektromanyetik gibi çok değişik alanlardan örnekler seçilmiştir. Konuların fizik ve mühendislik açısından özellik gösteren kısımları çok geniş bir okuyucu kitlesi düşünülerek herkesin anlayabileceği tarzda yazılmıştır.

Kitabın en önemli özelliklerinden bir tanesi de denklemler kalıplar halinde algılandığında okunabilir bir matematik kitabı olmasıdır. Bu benim ders verme tarzımın da bir parçasıdır. Öğrencilerden ilk aşamada beklenen (derste veya kitabı ilk okuyuşta) denklemlerin ayrıntılarına girmeden, kavramsal çerçeveyi oturtmalarıdır. İkinci aşama ise, denklemlerin bizzat içlerine girip ayrıntıların anlaşılmasıdır. İşte bu noktada anlaşılmayan konular anlaşılmaya başlanacak, ortaya yeni sorular ve o sorulara da cevaplar aranırken yeni problemler ve fikirler çıkacaktır.

Bu kitabın, ders kitabı olmanın yanında bir amacı da çok disiplinli alanlarda çalışanlara karşılaşacakları problemleri çözmede yardımcı olacak yöntemleri sunmaktır.

Kitabın kullanımını kolaylaştırmak için, bölümler olabildiğince alt başlıklar yardımı ile düzenlenmiştir. Okura önerimiz, kitabın önce içindekiler kısmı ile tanışması ve kitabın bütününe hakim olmasıdır. Elimizden geldiğince arı bir Türkçe kullanmaya dikkat ettik. Ancak, kitaptan Türkçe eğitim veren üniversitelerimiz ile İngilizce eğitim veren kurumların öğrencilerinin de yararlandığını görünce, yerleşmiş bazı teknik kavramların Türkçeleştirilmesi konusunda fazla da ısrarcı olmadık. Anlaşılabilirliği her zaman ön plana aldık ve gerek Türkçe ve gerekse İngilizce eğitim almış kişiler arasında kopukluk yaratmamaya çalıştık. Sonuçta İngilizce eğitim alsalar da bu kişilerin çoğu yarın Türkçe eğitim veren kurumlarda çalışacaklar, Türkçe eğitim alanlar da İngilizce yayın yapıp, İngilizce dergileri takip edecekler. Gerektiği zaman okuyucuya yardımcı olmak üzere, kitabın arkasına bir de Türkçeden İngilizceye ve İngilizceden Türkçeye sözlük ekledik. İlk sütun kitapta kullandığımız kelimelerden oluşmakta ve karşılarında İngilizce karşılıkları verilmektedir. Üçüncü sütun ise, varsa başkaları tarafında kullanılmış veya diğer Türkçe kelimeler ve dördüncü sütunda da bulabildiğimiz kadarı ile Azerice karşılıkları vardır. Kaynaklar bölümüne elektronik ortamda yararlanılabilecek, eğitim ve araştırma amaçlı siteler de eklenmiştir.

KİTABIN ÖZETİ

Giriş bölümünden sonra gelen ilk beş bölümde genelde karşılaşılan özel fonksiyonlar uygulama alanları ile birlikte ayrıntılı bir biçimde anlatılır.

Yedinci bölümde fizik ve mühendislikte karşılaşılan ikinci dereceden diferansiyel denklemlerin ve çözümlerinin ki bunlara özel fonksiyonlar da dahildir, Gauss hipergeometrik denklemi ve fonksiyonları cinsinden parametrik bir şekilde nasıl yazılabileceği gösterilir.

Sekizinci bölümde özel fonksiyonlar arasında gördüğümüz benzerlikleri, Sturm-Liouville teorisinin çatısı altında diferansiyel operatörler için özdeğer problemi olarak sistemli bir şekilde inceleriz.

Dokuz ve onuncu bölümler ise, kompleks analiz yöntemlerinin fizik ve mühendislikte uygulamalarını anlatır. Analitik fonksiyonlar teorisi, haritalamalar, Schwarz-Christoffel dönüşümleri ve bunların ısı transferi, elektrostatik ve akış problemlerine uygulanışları, seriler, analitik süreklilik ile bazı belirli integrallerin kompleks yöntemlerle alınması işlenen ilginç konular arasındadır.

Onbirinci bölüm, kitabın özel bölümlerinden bir tanesidir ve kesirli türev ve integrallerin işlendiği kesirli matematiğe ayrılmıştır. Tarihi açısından oldukça eski olan bu ilginç konu, son zamanlarda gittikçe artan bir şekilde fizik ve mühendislik alanlarında çalışan araştırmacıların gündemine girmiştir. Bu bölümde kesirli matematiğin temel özellikleri, bazı uygulamaları ve teknikleri anlatılmaktadır. Öğrenciler kadar bu konuyu merak eden araştırmacılar için de kapsamlı bir özet olan bu bölüm, kesirli matematiğe uygun bir başlangıç noktası olacaktır.

Onikinci bölümde uygulamalar açısından çok önemli olan seriler kapsamlı bir biçimde incelenir. Önce serilerin yakınsalıklarının nasıl kontrol edileceği ve eğer yakınsaklarsa, toplamlarının nasıl bulunacağı anlatılır. Asimtotik seriler, sonsuz çarpımlar ile fizikte karşılaşılan bazı ıraksak serilerden nasıl anlamlı sonuçlar çıkarılabileceği de işlenen diğer ilginç konular arasındadır.

Onüçüncü bölümde önce genel integral dönüşümleri ve sonra da kapsamlı bir biçimde Fourier ve Laplace dönüşümleri uygulama alanları ile anlatılır.

Ondördüncü bölümde varyasyon hesaplarının türleri, özdeğer ve özfonksiyonların yaklaşık olarak varyasyon tekniği ile nasıl bulunabileceği gösterilir.

Onbeşinci bölüm, İntegral denklemlere ayrılmıştır. İntegral denklemlerin sınıflandırılmasından sonra, çözüm teknikleri ve Hilbert-Schmidt teorisi adı altında integral operatörler için özdeğer problemi işlenir.

Onaltıncı bölüm, fen bilimlerinde çok geniş kullanım alanı olan ve kitabın geri kalan bölümlerinde gördüğümüz bir çok yöntemin kullanıldığı bir bölümdür. Zamandan bağımsız ve zamana bağlı olarak iki başlıkta inceleyeceğimiz Green fonksiyonlarının özellikleri, sınır şartları, bulunuşları ve özdeğer problemleri ile ilgileri işlenen ilginç konular arasındadır.

Onyedinci bölüm kitabın bir başka özel sayılması gereken yol integralleri ile ilgili bölümüdür. Fizik ve mühendislikte yoğun uygulamaları olan bu ilginç tekniği, önce doğadaki pek çok olayın prototipini oluşturan Brown hareketine uygulaması ile tanıtacağız. Sonra da Feynman yol integrali adı altında kuantum mekaniğine uygulamalarını göreceğiz.

DERS ÖNERİLERİ

Kitabın tamamı iki yarı yılda bitirilemeyecek kadar çok konu içermektedir. Orta Doğu Teknik Üniversitesi Fizik bölümünde yüksek lisans programı için zorunlu ders olarak 'Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler I' dersinde ilk 10 bölüm okutulmaktadır. Bunun devamı olan ve doktora programının zorunlu dersi olan 'Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler II' dersinde ise, 12-16. bölümler okutulur

İleri lisans düzeyi olan 4. sınıfta, ilk yedi bölüm özel fonksiyonlar üzerine bir ders için başarı ile kullanılmaktadır. Bu ders özellikle master ve doktoraya devam edecek öğrenciler için alacakları Jackson düzeyinde elektromanyetik ve Mertzbacher düzeyinde kuantum derslerine çok yardımcı olmaktadır.

Ayrıca, 12-16. bölümlerden uygun alt başlıklar seçilerek tek yarı yıllık bir başka ileri lisans dersi için de kullanılmıştır.

14-17. bölümler yüksek lisans/doktora düzeyinde Green fonksiyonları üzerine tek yarı yıllık bir ders olarak kullanılabilir.

Kesirli matematik konusundaki 11. bölüm, öğrencilere verilecek projelerle desteklenerek tek başına yarı yıllık seçmeli bir ders olarak verilebilir. Kaynaklar arasında verdiğimiz internet sitelerinden projeler için yararlanılabilir.

Bunların dışında olarak da bazı bölüm ve alt bölümler seçilerek, gerek ileri lisans ve gerekse yüksek lisans/doktora düzeylerinde tek veya iki yarı yıllık dersler tasarlamak mümkündür.