

YARI-RİJİT BAĞLANTILI ÇELİK ÇERÇEVE YAPILARIN TİTREŞİM ÖZELLİKLERİNİN MODELLENMESİ

H.F. Özel¹, A.Sarıtaş² ve T. Tasbahji³

¹ *Doktora Öğrencisi, İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

² *Doçent Dr., İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

³ *Lisans Öğrencisi, İnşaat Müh. Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara*

Email: asaritas@metu.edu.tr

ÖZET:

Yarı-rijit bağlantıların varlığı çelik çerçeve yapıların titreşim frekanslarını ve mod şekillerini önemli oranda etkileyebilmektedir. Bu tip yapılara etkiyen deprem yüklerinin doğru olarak tespit edilebilmesi içinse yarı-rijit çerçevelerin titreşim özelliklerinin doğru olarak modellenebilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada bu amaca yönelik olarak karma formülasyon çerçeve elemanı sunulacaktır. Bu elemanın türetimi üç alanlı Hu-Washizu-Barr ilkesine dayanmaktadır. Elemanın tutarlı kütle matrisi formülasyonla uyumlu olacak şekilde kuvvet bazlı yöntemle elde edilmiştir. Önerilen modelleme yöntemi değişken geometri ve malzeme dağılımına kolayca uygulanabilmekte ve yarı-rijit bağlantılar eleman üstünde istenilen yere serbestlik derecesinde artış olmadan yerleştirilerek rijitlik ve tutarlı kütle matrisleri elde edilebilmektedir. Kolon kiriş uç bağlantılarının incelenmesinde literatürde var olan ölçüt örnekler dikkate alınmıştır. Bu doğrulama çalışmasında, hem rijit ve hem de yarı-rijit bağlantı durumlarında titreşim frekansları ve mod şekilleri değerlendirilmiştir. Karşılaştırma çalışmalarında I-kesitli değişken flanaj alanı gövde alanına sahip kiriş kesitleri incelenmiş, ayrıca çok katlı ve açıklıklı yarı-rijit çerçeve yapıların titreşim özellikleri karşılaştırılmıştır.

ANAHTAR KELİMELER : Çelik çerçeve yapılar; Sonlu eleman modellemesi; Yarı-rijit bağlantı; Titreşim

1. GİRİŞ

Uygulamada çerçeve sonlu elemanlar ile yapılan çelik yapılar analizlerinde kolon kiriş bağlantıları kesme (mafsal) veya moment (ankastre) olarak kabul edilir. Aslında gerçek davranışın, moment bağlantılarda bir miktar esneklik ve kesme bağlantılarda ise bir miktar rijitlik içerdiği bilinmektedir. Gerçekte var olan bu durumun çalışmalarda dikkate alınma zorunluluğu yarı-rijit bağlantılar üzerine çalışmalar yapılmasına yol açmıştır. Yarı-rijit bağlantıların doğrusal olmayan davranışını gözlemleyebilmek için elemanın uzunluğu boyunca oluşan yayılı elastik-olmayan tepkinin ve histeretik davranışın dikkate alınması ve bu davranışlar için doğru modelleme stratejileri gerektirmektedir. Bu hususlarda çalışmalar yapılmasına karşın, yarı-rijit bağlantıların gerçek durumunu yansıtabilen uygulamalarının çalışılması halen devam eden bir araştırma konusu niteliğindedir.

Araştırmacılar, son yıllarda yapıların dinamik davranışlarının etkilerini incelemekte ve birçoğu yapıların davranışlarında yarı-rijit bağlantıların etkisini göz önünde bulundurmaya karar vermiştir. Chui ve Chan [1] ve Nader ve Astaneh-Asl [2] yaptıkları sayısal analizler eşliğinde yarı-rijit çelik çerçeveler üzerinde laboratuvar testler yürütmüş ve yarı-rijit bağlantıları anlatan sayısal çalışmalarla laboratuvar testleri arasında daha gerçekçi uyum elde etmişlerdir. Dolayısıyla her iki çalışmada da yarı-rijit bağlantıların çelik çerçevelerde gerekliliği görülmüştür. Araştırmacılara göre bir diğer konu, yarı-rijit bağlantıların doğru modellenmesi ihtiyacıdır. Nyugen ve Kim [3], Seculovic ve Salatic [4] ve Sekulovic ve Danilovic [5] doğrusal olmayan geometri ile elastik olmayan malzeme davranışını yaptıkları çalışmalarda uygulamışlardır. Sekulovic ve Salatic [4], buna ek olarak, yapılar üzerindeki dinamik etkiler sırasında enerji dağılımı doğru elde etmek amacıyla, çerçeve elemanlarının uçlarında dashpotlar ilave etmiştir. Araştırmacılar çerçeve sistemlerinin dinamik yükler altında gerçek davranışını ortaya çıkarmak için yarı-rijit bağlantıları sistemlerine uygulamışlardır. Salazar vd.[6]'nin

çalışmasına göre, mafsal bağlantılara rijitlik tanıtmak çelik çerçeve tasarımı etkileyecektir. Çalışmalar, mafsal bağlantının sisteme tanıtılmasının ekonomik olmayan çözümler ve daha az güvenilir tasarım elde edeceğini ortaya koymuştur. Böylece yapılan çalışmayla yarı-rijit bağlantının sistemde kullanılması ekonomik ve daha güvenli sonuçlar vereceği elde edilmiştir.

Sonlu elemanlarla geliştirilmiş çerçeve elemanları ile yarı-rijit bağlantıların uygulamasında ayrı bir araştırma konusu olmuştur. Galvo vd. [7], Minghini ve Tullini [8], Silva vd. [9], Alaasam ve Mandal [10], Suarez, Singh ve Matheu [11] ve Hadianfand ve Rahnama [12] yaptıkları çalışmalarda amaçları yarı-rijit bağlantılar ile çerçevelerin dinamik davranışlarını sonlu eleman modellerinde incelemek olmuştur. Çalışmalara göre, çelik yapılarda yarı-rijit bağlantı etkileri sistemlerinde önemli bir role sahiptir. Başka bir çalışmada çerçeve elemanların farklı bağlantıları bir arada içeren bir hibrid model yapılmıştır. Razavi ve Abolmaali [13] çelik çerçeveler üzerinde rijit bağlantıları ile yarı-rijit bağlantıları birlikte çalıştığı bir model sunmuşlardır. Yüksek katlı binaların değerlendirilmesinde tamamen rijit çerçeveler ve hibrid çerçeveler arasında karşılaştırma yapılmıştır [13]. Hibrid çerçeve sisteminin performansı tamamen rijit çerçevelerden daha uygun olduğu ortaya çıkmıştır. Mevcut tasarım şartnameleri dinamik yükler altında yapıların davranışını modelleyebilmektedir. Sophianopoulos [14] çalışmaları ile geliştirilen yarı-rijit çerçeve modeli ile Eurocode 3 yaklaşımının karşılaştırmasını sunmaktadır. Sonuçlar, yapının ana modlarda sonuçların birbirine çok yakın olduğunu göstermiş; ancak, yüksek modlarda, yarı-rijit bağlantıların etkisi ortaya çıkmıştır [14]. Böylece, daha önce belirtildiği gibi, yarı-rijit bağlantıların etkisi önemli bir konu olduğu kanıtlanmıştır.

Yukarıda ele alındığı gibi, yarı-rijit bağlantıların mevcudiyeti titreşim frekansları ve çelik çerçeveli yapıların mod şeklini etkilemektedir. Bu çalışmada karışık formülasyonlu çerçeve sonlu elemanların kuvvet bazlı yöntemi geliştirilmiştir. Bu yöntem, üç-boyutlu Hu-Washizu-Barr ilkesini içerir. Önerilen yöntem, serbestlik derecesi arttırılmasına gerek duymadan eleman üstünde herhangi bir bölgeye yarı-rijit bağlantıların değişken kesit ve malzemeli elemanlarda uygulanabilmesine olanak sunmaktadır. Bu yöntemle rijit ve yarı-rijit bağlantı durumları için titreşim frekansları ve mod şekilleri gerçekçi olarak saptanabilmektedir. Doğrulama çalışmalarında, ANSYS [15] ve SAP2000 [16] ile önerilen modelin sonuçları karşılaştırılmıştır.

2. ÇUBUK ELEMANI FORMÜLASYONU

2.1 Kinematik İlişkiler

Timoshenko kiriş teorisi kullanılarak x - y düzlemindeki kesit malzeme noktalarının deformasyonu aşağıdaki formülle hesaplanabilir;

$$\begin{Bmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x) - y\theta(x) \\ v(x) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Formülde $u_x(x, y)$ ve $u_y(x, y)$ x ve y yönündeki aksenal ve yatay deplasmanları göstermektedir. $\theta(x)$ ise kirişin kesitindeki z eksenindeki dönmeyi ya da rotasyonu nitelendirmektedir.

Birim uzama matrisi, $\boldsymbol{\varepsilon}$ normal (x yönü) ve kesme (x - y düzleminde) birim uzamalardan oluşmaktadır. Kesit deformasyonları aşağıdaki formüllerden hesaplanmaktadır;

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'(x) - y\theta'(x) \\ -\theta(x) + v'(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_a(x) - y\kappa(x) \\ \gamma(x) \end{Bmatrix} = \mathbf{a}_s(y, z) \mathbf{e}(x) \quad (2)$$

formülde $\mathbf{e}(x)$ kesit deformasyon vektörüdür ve açılımı aşağıdaki gibidir;

$$\mathbf{e}(x) = [\varepsilon_a(x) \quad \gamma(x) \quad \kappa(x)]^T \quad (3)$$

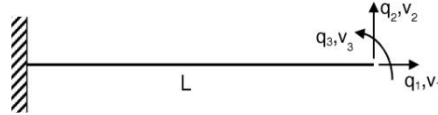
Denklem(3)'te, $\varepsilon_a(x)$ x boyunca aksel deformasyonu, $\gamma(x)$ y boyunca kesme deformasyonunu ve κ ise z aksı boyunca eğrilik olarak tanımlanmıştır. Kesit deformasyonları kesit referans deplasmanlarından denklem (2) sayesinde kolayca hesaplanabilir. Denklem (2)'deki $\mathbf{a}_s(y,z)$ matrisi hesabı ise şu şekildedir;

$$\mathbf{a}_s(y,z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

2.2 Rijit Davranış Modları ve Kuvvet Enterpolasyon Denklemleri

Kiriş elemanın türetimi 2 boyutlu ortamda her iki ucunda mevcut olan 3'er serbestlik derecesine ve toplamda 6 serbestliğe sahip toplam sistem yerine rijit davranış modlarından arındırılmış temel sistem kullanılarak gerçekleştirilecektir. Temel sisteme örnek olarak basit mesnetlenmiş kiriş durumunu dikkate almak mümkündür. Bu sisteme alternatif olarak Şekil 1'deki konsol kiriş sisteminin kullanılması da mümkündür ve bu çalışmada sol uçundan ankastre konsol kiriş dikkate alınmıştır. Toplam sistemde eleman x doğrultusu boyunca konumlandırılmıştır. Toplam sistem ile temel sistem arasındaki dönüşüm aşağıdaki gibi transformasyon matrisi \mathbf{a} kullanılarak hesaplanır.

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}^T \mathbf{q}; \quad \text{where } \mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -L & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$



Şekil1.Konsol Temel Sistem Kuvvet ve Deplasmanları

Rijit davranış modlarını ayırarak ve temel deformasyon modlarını kullanarak eleman deformasyon vektörü \mathbf{v} aşağıdaki denklemdeki gibi toplam düğüm deplasman vektörü \mathbf{u} 'dan hesaplanabilir. Temel sistemde böylece rijit modlar olmadığı için rijitlik matrisinde tekillik durumu ortadan kalkmış olur.

$$\mathbf{v} = \mathbf{a} \mathbf{u} \quad (6)$$

Denklem (5) ve Şekil 1'de temel eleman kuvvetleri, \mathbf{q} gösterilmiştir. Eleman temel kuvvet vektörü \mathbf{q} kullanılarak kesit kuvvetleri $\mathbf{s}(x)$ aşağıdaki gibi $\mathbf{b}(x,L)$ enterpolasyon matrisi kullanılarak hesaplanabilir;

$$\mathbf{s}(x) = \begin{bmatrix} N(x) & V(x) & M(x) \end{bmatrix}^T = \mathbf{b}(x,L) \mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x) \quad (7)$$

$$\mathbf{b}(x,L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (L-x) & 1 \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \mathbf{s}_p(x) = \begin{bmatrix} L-x & 0 \\ 0 & L-x \\ 0 & (L-x)^2/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix}$$

Denklem (7) kullanılarak uç kuvvetler ile kesit kuvvetleri arasında herhangi bir x uzaklıkta statik açıdan tam denge sağlanabilir. Kesit kuvvetleri aksel yük, $N(x)$, y yönü kesme yükü, $V(x)$, ve z aksına göre moment, $M(x)$ değerlerinden oluşur. Yukarıdaki denklemde ayrıca düzgün yayılı aksel yük, w_x ve yatay yüklerin, w_y özel çözümü $\mathbf{s}_p(x)$ de sunulmuştur. Ayrıca bu yaklaşımla herhangi bir yerde etkiyen noktasal veya yayılı yükler kolaylıkla özel çözüme dahil edilebilir.

2.3 Varyasyonel Temel ve Eleman Tepkisinin Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Elde Edilmesi

Eleman türetiminde varyasyonel temel olarak 3 alanlı Hu-Washizu fonksiyoneli kullanılmıştır. Bu fonksiyonelde bağımsız alanlar, eleman düğüm deplasmanları \mathbf{u} , eleman temel kuvvetleri \mathbf{q} , ve kesit deformasyonları \mathbf{e} 'dir. Hu-

Washizu fonksiyonelin kullanılmasıyla, Taylor vd. [17] ve Saritas ve Filippou [18] giriş sonlu elemanları önermişlerdir. Bu çalışmaların dinamik davranışa uyarlanması eylemsizlik kuvveti $\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}$ değerinin fonksiyonele dahil edilmesi ile bu çalışmada sağlanmıştır. Bu ek ile D'Alembert prensibine göre dinamik denge şartları sağlanmış olacaktır.

$$\begin{aligned} \delta\Pi_{HW} = & \int_0^L \delta\mathbf{e}^T (\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) - \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} - \mathbf{s}_p(x)) dx - \delta\mathbf{q}^T \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{e}(x) dx + \delta\mathbf{q}^T \mathbf{a}_g \mathbf{u} \\ & + \delta\mathbf{u}^T \mathbf{a}_g^T \mathbf{q} + \delta\mathbf{u}^T \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} - \delta\mathbf{u}^T \mathbf{p}_{app} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Yukarıdaki formül genel Hu-Washizu fonksiyonelinin Barr [19] tarafından dinamik etkiye iletmiş halidir. Denklem (8)'de $\delta\mathbf{u}$, $\delta\mathbf{q}$ ve $\delta\mathbf{e}$ değerleri herhangi bir değeri alabilen değişkenlerdir, ayrıca aşağıdaki denklemler değişken formu sağlaması için gereken formüllerdir.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{p} \equiv \mathbf{p}_{app}; \quad \text{where } \mathbf{p} = \mathbf{a}_g^T \mathbf{q} \quad (9)$$

$$\mathbf{v} \equiv \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{e}(x) dx; \quad \text{where } \mathbf{v} = \mathbf{a}_g \mathbf{u} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) \equiv \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x) \quad (11)$$

Denklem (9) doğrusal ve doğrusal olmayan malzeme davranışını nitelendirmektedir ve bu formül her eleman için toplanıp sistemin hareket denklemini elde etmemizi sağlamaktadır. Nümerik integral kullanılarak sonuç elde edilmiştir. Visköz sönümlemenin yapıya etkilenmesi, formülün sol tarafına $\mathbf{c}\dot{\mathbf{u}}$ eklenerek sağlanır ve burada \mathbf{c} sönümleme matrisidir. Burada reaksiyonlar, \mathbf{p} hem deplasmanlar \mathbf{u} hem de hız değerleri $\dot{\mathbf{u}}$ tarafından etkilenerek viskoelastik ve viskoplastik modeller gibi oluşturulmuştur.

Lineer elastik malzeme davranışı altında kesit deformasyonları $\mathbf{e} = \mathbf{k}_s^{-1} \hat{\mathbf{s}}$ formülünden hesaplanabilir. Burada \mathbf{k}_s kesit rijitlik matrisidir. Kesit deformasyonu \mathbf{e} matrisi denklem (10)'a yerleştirildiğinde aşağıdaki denklemler elde ederiz:

$$\mathbf{a}_g \mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{f} \mathbf{q}; \quad \text{where } \mathbf{f} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{f}_s(x) \mathbf{b}(x, L) dx \quad (12)$$

Yukarıdaki denklemde \mathbf{f} temel sistemde esneklik (fleksibilite) matrisidir. \mathbf{f}_s ise kesit esneklik matrisidir ve kesit rijitlik matrisi \mathbf{k}_s 'den hesaplanır. Denklem (9)'un lineer elastik sistem için düzenlenmesi aşağıdaki gibidir;

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}_{app}; \quad \text{where } \mathbf{k} = \mathbf{a}^T \mathbf{f}^{-1} \mathbf{a} \quad (13)$$

Burada \mathbf{k} 6×6 eleman toplam rijitlik matrisidir. Bu noktada eleman formülasyonuna yarı-rijit bağlantılar eklenebilir. Yarı-rijit bağlantıların varlığı aşağıdaki formüllerle sisteme yukarıdaki formülün uzatılmış hali ile olarak etkilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{v} = & \mathbf{v}_{\text{Çerçeve}} + \mathbf{v}_{\text{Bağlantı}}; \quad \mathbf{v}_{\text{Çerçeve}} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x)\mathbf{e}(x) dx; \quad \mathbf{v}_{\text{Bağlantı}} = \sum_{i=1}^{nYRB} \mathbf{b}^T(x_i)\Delta_{YRB,i} \\ \text{ve } \Delta_{YRB} = & \begin{bmatrix} \delta_{YRB}^{\text{eksenel}} & \theta_{YRB} & \delta_{YRB}^{\text{kesme}} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (14)$$

Elemanın uzunluğu boyunca ilk integral sayısal olarak yayılı inelastik davranışı yakalamak için eleman boyunca sayısal integral kullanılarak hesaplanabilir ve n_{YRB} ise toplam yarı-rijit bağlantıların sayısı; Δ_{YRB} de yarı-rijit bağlantıların deformasyon vektörüdür. Küçük deplasmanlar altında yarı-rijit bağlantıların tanımlanması kuvvet mertebelerini etkilememektedir. Eleman esneklik matrisi de aşağıdaki gibi düzenlenir:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{\text{Çerçeve}} + \mathbf{f}_{\text{Bağlantı}}; \quad \mathbf{f}_{\text{Çerçeve}} = \int_L \mathbf{b}^T(x) \mathbf{f}_s(x) \mathbf{b}(x) dx; \quad \text{ve} \quad \mathbf{f}_{\text{Bağlantı}} = \sum_{i=1}^{n_{YRB}} \mathbf{b}^T(x_i) \mathbf{f}_{YRB,i} \mathbf{b}(x_i) \quad (15)$$

Denklem (10) ve (11) elemanın iç tepkisini ilgilendiren denklemlerdir. Bu iki denklem, Denklem (9)'dan bağımsız çözülebilir ve sonra sonuçlar Denklem (9)'a yerleştirilerek bütün elemanlar için hareket denklemi oluşturulabilir. Bu türetim lineer elastik durumlar için Denklem 13'ü bize verecektir. Doğrusal olmayan davranış için artımsal/yinelemeli (incremental/iterative) bir çözüme ihtiyaç vardır. Bu çözüm esneklik matrislerinin nonlineer davranış altında hesaplanmasına ve Denklem (10)'daki eleman deformasyonlarının \mathbf{v} 'nin eleman kuvvetleri \mathbf{q} 'ya göre türevinin alınmasını gerektirir. Eleman tepkisinin nonlinear olduğu gibi ayrıca kesit rijitlik matrisinde de nonlineer durum gözlenebilir.

2.4 Kesit Davranışı

Kesit davranışının tanımlanmasında, düz kesitler deformasyon sonrası düz kalır prensibi kullanılmıştır. Böylece kesit deformasyonları \mathbf{e} 'den kesit üstündeki birim deformasyonlar uyum matrisi \mathbf{a}_s kullanılarak Denklem (2)'deki gibi hesaplanır. Burada uyum matrisine kesme düzeltme değeri κ_s 'in katılması gerekmektedir;

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_s(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & \kappa_s & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Kesme düzeltme faktörü κ_s Charney vd. [20]'nin çalışmasında I-kesitler için aşağıdaki gibi önerilmiştir:

$$\kappa_s = 1/\kappa; \quad \text{where} \quad \kappa = 0.85 + 2.32 \frac{b_f t_f}{d t_w} \quad (17)$$

Kesit kuvvetleri gerilmelerinin integrasyonu ile malzeme tepkisi $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon})$ kullanılarak hesaplanır;

$$\mathbf{s} = \int_A \mathbf{a}_s^T \boldsymbol{\sigma} dA; \quad \text{where} \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{xy} \end{pmatrix} \quad (18)$$

Kesit kuvvetlerinin Denklem(18)'deki gibi kesit deformasyonlarına göre türevi teğet rijitlik matrisini vermektedir;

$$\mathbf{k}_s = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{e}} = \int_A \mathbf{a}_s^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon})}{\partial \mathbf{e}} dA = \int_A \mathbf{a}_s^T \mathbf{k}_m \mathbf{a}_s dA \quad (19)$$

Malzeme teğet matrisi \mathbf{k}_m gerilme değerlerinin birim deformasyonlara göre türevinin alınmasıyla $\mathbf{k}_m = \partial \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\epsilon}) / \partial \boldsymbol{\epsilon}$ şeklinde hesaplanır. Denklem (18) ve (19)'daki kesit tepkisi, Gauss-quadrature, orta nokta (midpoint) ya da yamuk (trapezoidal) yöntemlerinden biri kullanılarak hesaplanabilir. Gauss-quadrature metodu lineer elastik davranış altında daha iyi sonuç verirken süreksiz gerilme-birim uzama ilişkilerinde orta nokta ya da yamuk metodu tercih edilebilir olmaktadır.

2.5 Kuvvet Bazlı Yayılı Kütle Matrisi

Konsol kiriş temel sistemde kütlelerin eleman boyunca yayılı olmasından ötürü, tutarlı kütle matrisinin çıkarımı kesit kütle matrisinin oluşturulması ile elde edilir. Kesit kütle matrisi Denklem (4)'teki \mathbf{a}_s ile aşağıdaki formülden kolayca hesaplanabilir:

$$\mathbf{m}_s(x) = \int_A \mathbf{a}_s^T \rho(x, y) \mathbf{a}_s dA; \quad (20)$$

Denklem (9)'da kullanılacak olan kuvvet bazlı elemanın tutarlı kütle matrisi, 6×6 boyutlarında Molins vd. [21]'e göre ve Soydaş [22]'ye göre aşağıdaki gibi hesaplanacaktır:

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{00} & \mathbf{m}_{0L} \\ \mathbf{m}_{L0} & \mathbf{m}_{LL} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Yukarıdaki formüldeki kütle matrisi, alt matrislerin oluşturulmasıyla elde edilmektedir.

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{LL} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, \xi) \mathbf{m}_s(\xi) \mathbf{f}_p(\xi) \mathbf{f}^{-1} d\xi \right) dx \\ \mathbf{m}_{L0} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, \xi) \mathbf{m}_s(\xi) (\mathbf{b}^T(0, \xi) - \mathbf{f}_p(\xi) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) d\xi \right) dx \\ \mathbf{m}_{0L} &= \mathbf{m}_{L0} = -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{LL} + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} dx \\ \mathbf{m}_{00} &= -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{L0} + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) (\mathbf{b}^T(0, x) - \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) dx \end{aligned} \quad (22)$$

Burada eleman esneklik matrisi \mathbf{f} Denklem (12)'de gösterildiği gibi, kısmi esneklik matrisi \mathbf{f}_p ise aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır:

$$\mathbf{f}_p(x) = \int_0^x \mathbf{b}^T(\xi, x) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \mathbf{b}(\xi, x) d\xi \quad (23)$$

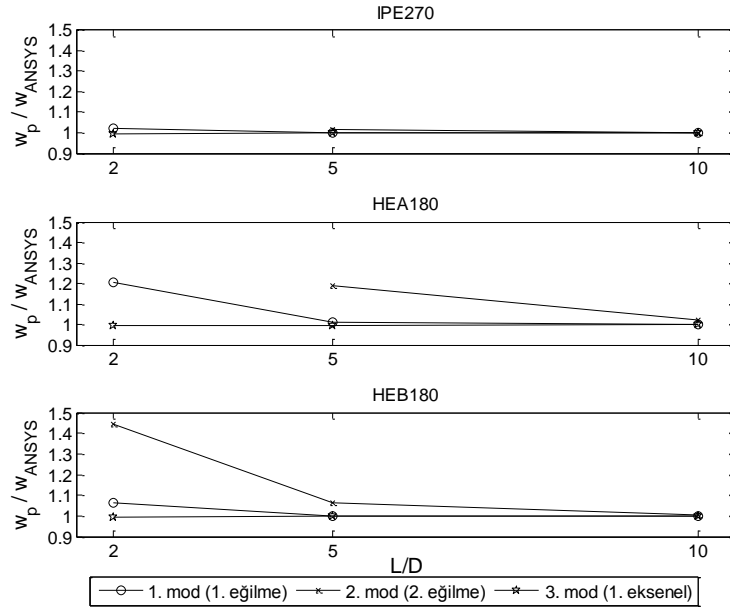
3. SAYISAL ÖRNEKLER

İlk örnekte IPE270, HEA180 ve HEB180 kesitli bir ucu ankastre bağlı konsol kirişin rijit ve yarı-rijit bağlantı durumları çalışılmıştır. Uzunluk/kesit derinliği oranı (L/d) 10, 5 ve 2 alınmıştır. Elastisite modülü, Poisson oranı ve özkütlesi sırasıyla 200 GPa, 0.3 and 7832 kg/m³ alınmıştır. Yarı-rijit bağlantıların tanımlandığı durumda bağlantı serbestlik oranı, $\lambda=2, 11$ ve 20 alınmıştır; λ bağlantının ilk rijiditesi ile kirişin eğilme rijiditesi EI/L değerleri arasındaki orandır. Önerilen model öncelikle rijit bağlantılı durum için ANSYS kullanılarak karşılaştırılmıştır. Daha sonra SAP2000 kullanılarak önerilen yarı-rijit bağlantılı modelin karşılaştırmaları yapılmıştır. Son örnekteyse Alaasam ve Mandal'ın [10] çalışmasında yer alan 6 katlı ve 3 açıklıklı modelin önerilen modelle kıyaslanması yapılmıştır; modelin detayları [10]'da mevcuttur.

3.1 Rijit Bağlantılı Konsol Kiriş

Bu bölümde eleman parça sayısının etkisi ve önerilen modelin geçerliliğinin kontrolü ANSYS modeli ile kıyaslanarak ölçülmüştür. ANSYS sonlu eleman modelinde kesin sonuca ulaşmak için model ufak parçalara bölünmüştür ve 3 boyutlu katı elemanlar kullanılmıştır. Bu yüzden ANSYS modeli bu çalışma için kontrol modeli kabul edilebilir. Şekil (2) de görüldüğü üzere ANSYS modeli ve önerilen modelin yakınsamış çözümü özellikle IPE270 kesiti için uyum göstermektedir. HEA180 ve HEB180 kesitleri içinse 2. eğilme frekanslarında

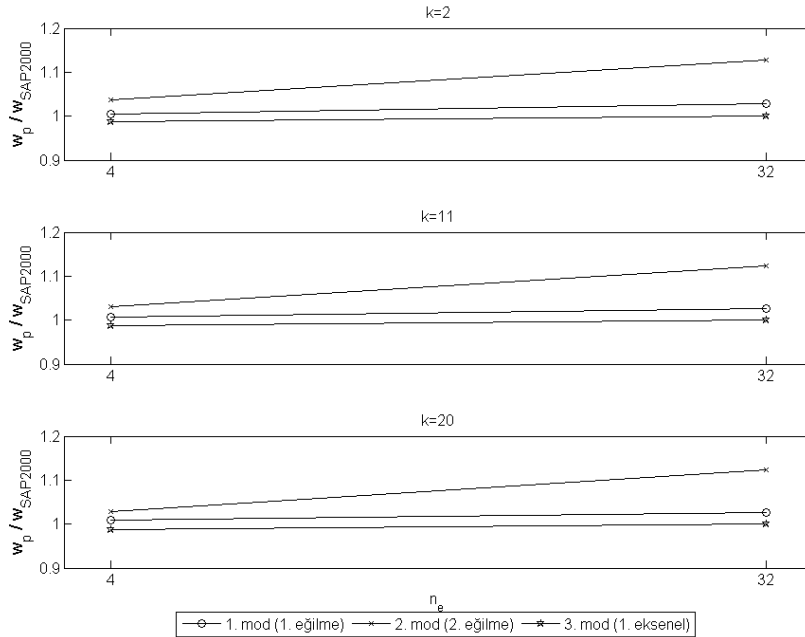
kısa kiriş durumu için sapma olduğu görülmektedir. Bu sapmaların sonraki çalışmalarda incelenmesi ve hataların çözülmesi hedeflenmektedir.



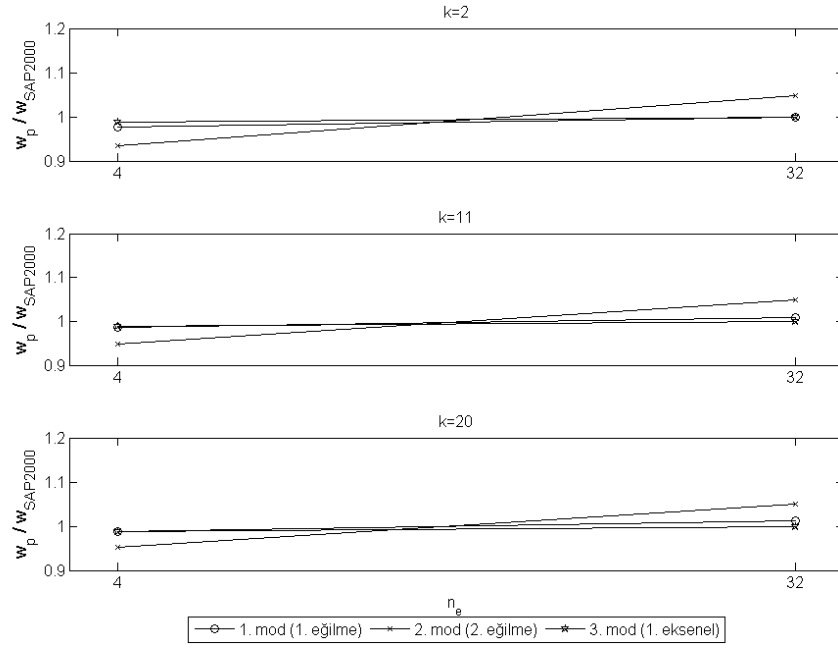
Şekil 2. Rijit Bağlantılı Konsol Kiriş için Önerilen Model ve ANSYS Sonuçlarının Karşılaştırması

3.2 Yarı-Rijit Bağlantılı Konsol Kiriş

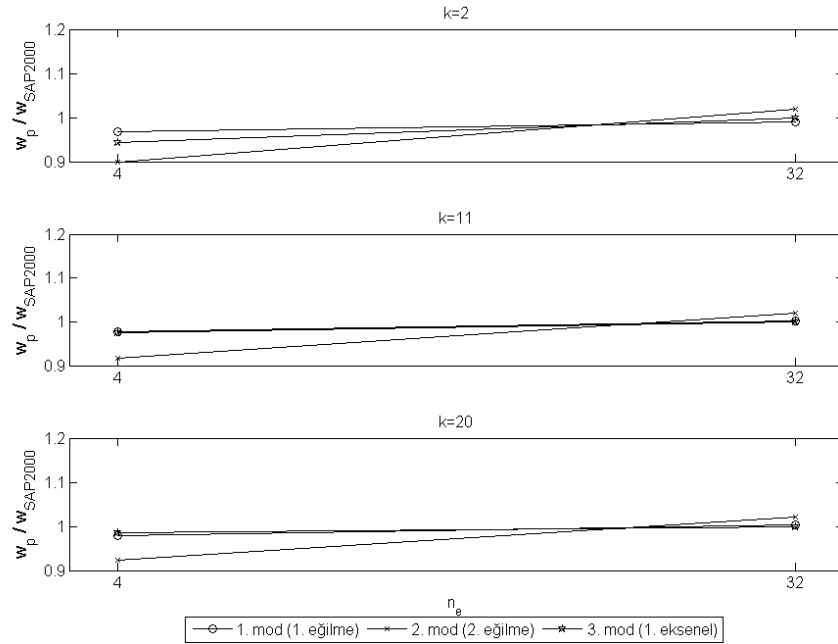
Bu bölümde IPE270 kesiti için konsol kirişe destek noktasında yarı-rijit bağlantılar tanımlanıp dinamik davranış üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmada SAP2000 modeli ile önerilen modelin karşılaştırmaları yapılmıştır. Şekil (3), (4) ve (5)'te farklı L/d oranları için SAP2000 ve önerilen model arasında uyum olduğu gözlenmiştir.



Şekil 3. L/D=2 ve Yarı-Rijit Bağlantılı Konsol Kirişler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Karşılaştırması



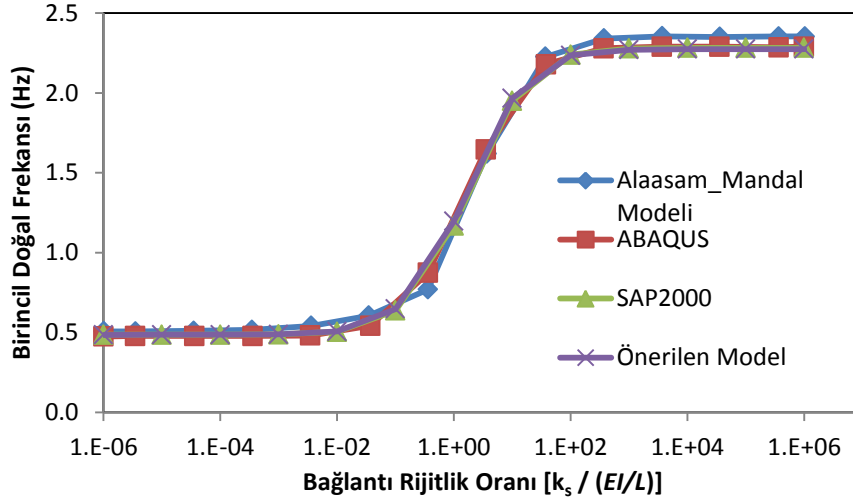
Şekil 4. L/D=5 ve Yarı-Rijit Bağlantılı Konsol Kirişler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Karşılaştırması



Şekil 5. L/D=10 ve Yarı-Rijit Bağlantılı Konsol Kirişler için Önerilen Model ve SAP2000 Sonuçlarının Karşılaştırması

3.3 6 Katlı 3 Açıklıklı Yarı-Rijit Bağlantılı Çelik Çerçeve

Bu bölümde çok katlı ve çok açıklıklı çelik çerçevelerde kiriş uçlarında var olan yarı-rijit bağlantıların temel titreşim modu üzerine etkisi incelenmiştir. Şekil (6)'da görüldüğü üzere önerilen model, SAP2000 modeli ve Alaasam ve Mandal'ın [10] ABAQUS kullanarak elde ettiği sonuçlar neredeyse birebir uyumludur.



Şekil 6. Alaasam ve Mandal [10] Modeli ile Önerilen Modelin Kıyaslaması

4. SONUÇ

Önerilen sonlu eleman kiriş modelinin rijit bağlantı durumları için titreşim frekanslarını tespit etmede ANSYS ile gerçekçi sonuçlar verdiği görülmüştür. Yarı-rijit bağlantı durumları içinse sunulan elemanın tepkisinin SAP2000'e göre daha az elemanla daha doğru sonuçlar verebildiği görülmüştür. Çok katlı ve çok açıklıklı yarı-rijit bağlantılı çelik çerçevelerin titreşim ve deprem analizlerinde, geliştirilen modelin titreşim frekanslarını gerçekçi olarak yakalayabildiği de görülmektedir.

KAYNAKLAR

- [1] Chui, P.P.T., Chan, S.L. (1997). Vibration and deflection characteristics of semi-rigid jointed frames. *Engineering Structures* **19:12**, 1001-1010.
- [2] Nader, M.N., Astaneh-Asl, A. (1996). Shaking table tests of rigid, semirigid, and flexible steel frames. *Journal of Structural Engineering* **122**, 589-596.
- [3] Nguyen, P.C. ve Kim. S.E. (2013). Nonlinear elastic dynamic analysis of space steel frames with semi-rigid connections. *Journal of Constructional Steel Research* **84**, 72-81.
- [4] Sekulovic, M., R. Salatic, ve Nefovska, M. (2002) Dynamic analysis of steel frames with flexible connections. *Computers and Structures* **80**,935-955.
- [5] Sekulovic, M. ve Danilovic, M.N. (2008) Contribution to transient analysis of inelastic steel frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **30**, 976-989.
- [6] Salazar, A.R., E. Bojórquez, A. Haldar, A.L. Barraza, ve Salas, J.L.R. (2014) Seismic response of 3D steel buildings considering the effect of PR connections and gravity frames. *The Scientific World Journal*, 13.
- [7] Galvao, A.S., Silva, A.R.D., Silveira, R.A.M., Goncalves, P.B. (2010). Nonlinear dynamic behavior and instability of slender frames with semi-rigid connections. *International Journal of Mechanical Sciences* **52**, 1547-1562.
- [8] Minghini, F., N. Tullini, ve Laudiero, F. (2010) Vibration analysis of pultruded FRP frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **32**, 3344-3354.

- [9] Da Silva, J.G.S., De Lima, L.R.O., Da S. Vellasco, P.C.G., De Andrade, S.A.L., De Castro, R.A. (2008). Nonlinear dynamic analysis of steel portal frames with semi-rigid connections. *Engineering Structures* **30**, 2566-2579.
- [10] Al-Aasam, H.S., Mandal, P. (2013). Simplified procedure to calculate by hand the natural periods of semirigid steel frames. *Journal of Structural Engineering* **139**, 1082-1087.
- [11] Suarez, L.E., M.P. Singh, ve Matheu, E.E. (1996) Seismic response of structural frameworks with flexible connections. *Computers and Structures* **58:1**, 27-41.
- [12] Hadianfard, M.A. ve Rahnema, H. (2010) Advanced nonlinear time-history analysis of partially restrained steel frames by using integrated equations of motion, in *Proceedings of the International Conference on Computing in Civil and Building Engineering* W. Tizani, Editor, Nottingham University Press.
- [13] Razavi, M. ve Abolmaali, A. (2014) Earthquake resistance frames with combination of rigid and semi-rigid connections. *Journal of Constructional Steel Research* **98**, 1-11.
- [14] Sophianopoulos, D.S. (2003). The effect of joint flexibility on the free elastic vibration characteristics of steel plane frames, *Journal of Constructional Steel Research* **59**, 995-1008.
- [15] ANSYS, Workbench 2.0 Framework, (2011).
- [16] SAP2000, Structural Analysis Program SAP 2000, CSI Berkeley, CA. , (2011).
- [17] Taylor, R.L., Filippou, F.C., Saritas, A., Auricchio, F. (2003). Mixed finite element method for beam and frame problems, *Computational Mechanics* **31:1-2**, 192-203.
- [18] Saritas, A., Filippou, F.C. (2009). Inelastic axial-flexure-shear coupling in a mixed formulation beam finite element, *International Journal of Non-Linear Mechanics* **44:8**, 913-922.
- [19] Barr, A.D.S. (1966). An Extension of the Hu-Washizu variational principle in linear elasticity for dynamic problems, *Journal of Applied Mechanics*, **June**, 465.
- [20] Charney, F.A., Iyer, H., and Spears, P.W. (2005). Computation of major axis shear deformations in wide flange steel girders and columns, *Journal of Constructional Steel Research* **61**, 1525–1558.
- [21] Molins, C., Roca, P., Barbat, A.H. (1998). Flexibility-based linear dynamic analysis of complex structures with curved-3D members, *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* **27:7**, 731-747.
- [22] Soydas (2013). A Three dimensional mixed formulation nonlinear frame finite element based on Hu-Washizu functional, Doktora Tezi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, Türkiye